

# Systèmes et algorithmes répartis

## Problèmes génériques

Philippe Quéinnec, Gérard Padiou

ENSEEIH  
Département Sciences du Numérique

13 octobre 2020



# Plan



- 1 Exclusion mutuelle
  - Le problème
  - Jeton circulant
  - Algorithme de Ricart-Agrawala
  - Algorithme à base d'arbitres
- 2 Détection de la terminaison
  - Le problème
  - Terminaison sur un anneau
  - Algorithme des quatre compteurs
  - Algorithme des crédits
- 3 Détection de l'interblocage
  - Le problème
  - Caractérisation de l'interblocage
  - Algorithme de Chandy, Misra, Haas
- 4 La diffusion fiable



# Plan

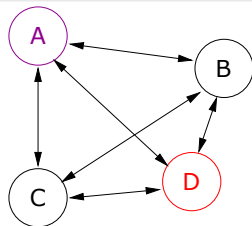
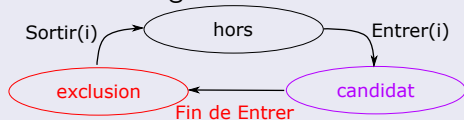
- 1 Exclusion mutuelle
  - Le problème
  - Jeton circulant
  - Algorithme de Ricart-Agrawala
  - Algorithme à base d'arbitres
- 2 Détection de la terminaison
  - Le problème
  - Terminaison sur un anneau
  - Algorithme des quatre compteurs
  - Algorithme des crédits
- 3 Détection de l'interblocage
  - Le problème
  - Caractérisation de l'interblocage
  - Algorithme de Chandy, Misra, Haas
- 4 La diffusion fiable



# Spécification du problème

```
process P(int i) :
  ... ; Entrer(i) ; <SC> ; Sortir(i) ; ...
```

Diagramme d'état



D est en exclusion

A est candidat

- Sûreté : Un processus **au plus** en exclusion  
 $\forall i, j :: P_i.exclusion \wedge P_j.exclusion \Rightarrow i = j$
- Vivacité faible : pas d'interblocage (certains candidats finissent par entrer)
- Vivacité forte : Tout candidat finit par entrer
- Protocole : Tout processus en exclusion finit par sortir

[ Précis 4.1 pp.63–65 ]

# Élection vs exclusion mutuelle

Problèmes similaires. . .

Isoler un processus parmi tous : introduire une **asymétrie**

. . . mais bien différents

- Élection d'un **quelconque** des processus mais exclusion mutuelle parmi les **candidats**
- L'élection est définitive mais l'exclusion mutuelle se termine et se transmet  $\Rightarrow$  évolution **dynamique**



# Algorithme à base de jeton circulant

## Algorithme basé sur le contrôle d'un objet circulant

- Anneau logique (indépendant de la structure du réseau physique) : chaque site a un successeur
- Jeton circulant :
  - un site non demandeur transmet le jeton à son successeur
  - un site demandeur attend le jeton pour obtenir l'exclusion mutuelle
  - un site qui sort d'exclusion mutuelle transmet le jeton à successeur

## Propriétés

- Sûreté : unicité du jeton
- Vivacité : intégrité de l'anneau (existence et circulation du jeton)

## Algorithme à base de jeton circulant

```
Process P(i : 0..N-1) {  
  type Etat = {hors,candidat,exclusion}  
  Etat EC ← hors;  
  bool jeton ← (i = 0); // jeton initialement sur site 0  
  on (EC = hors) : // hors → candidat  
    EC ← candidat;  
  on (EC = candidat ∧ jeton) : // candidat → exclusion  
    EC ← exclusion;  
  on (EC = exclusion) : // exclusion → hors  
    EC ← hors;  
    send MsgJeton to  $P_{i\oplus 1}$   
    jeton ← false;  
  on reception MsgJeton : // réception jeton  
    jeton ← true;  
  on jeton ∧ EC = hors : // transmission jeton  
    send MsgJeton to  $P_{i\oplus 1}$   
    jeton ← false;  
}
```

## Algorithmes à base de permission

Un processus candidat doit demander à d'autres processus la **permission** d'entrer en exclusion

- À tout  $P_i$  on associe un ensemble  $D_i$  contenant les processus à contacter
- Correction :  $\forall i \neq j : j \in D_i \vee i \in D_j$
- Deux types de permissions :
  - **individuelles** : un processus donne son autorisation selon son propre état  $\Rightarrow$  n'engage que lui
  - **d'arbitre** : les processus s'échangent des permissions préexistantes en nombre fixé  $\Rightarrow$  engage tous les processus qui dépendent de lui
- **Objectif** : Minimiser les ensembles  $D_i$

1. *An Optimal Algorithm for Mutual Exclusion in Computer Networks*, Glenn Ricart and Ashok K. Agrawala. Communications of the ACM, January 1981.



# Permissions individuelles : Ricart et Agrawala



## Hypothèses

- Chaque processus connaît l'identité des  $N$  processus
- Réseau de communication fiable et maillé (non FIFO)
- Pas de défaillance de processus

## Solution

- Utilisation de permissions individuelles avec :  
 $\forall i : D_i = \text{Tous} - \{i\}$
- Ordonnancement des requêtes par datation

## Messages

- Message de requête : le site  $i$  demande l'autorisation à  $j$
- Message d'autorisation : le site  $j$  donne son autorisation à  $i$
- Pas de message de refus : le refus est temporaire

# Algorithme de Ricart et Agrawala

## Principes

- Requêtes d'entrée totalement ordonnées :  
⇒ Utilisation d'horloges de Lamport
- Chaque processus  $P_i$  candidat ou en exclusion connaît la date de sa requête courante  $Date(R_i)$
- Un candidat entre en exclusion s'il a obtenu les permissions de tous les autres  
⇒ il possède alors la requête la plus ancienne
- Revient à vérifier que la requête  $R_i$  d'un processus  $P_i$  est la plus vieille requête des processus candidats ou en exclusion :  
 $\forall k : P_k.Etat \neq hors \Rightarrow Date(R_i) \leq Date(R_k)$

# Algorithme de Ricart-Agrawala

```
Process P(i : 0..N-1) {
  type Etat = {hors,candidat,exclusion}; Etat EC ← hors;
  Date hloc ← new Date(0,i); // horloge locale
  Date dr; // date de la requête de ce site
  Set<int> Att ← ∅; // sites lui ayant demandé l'autorisation
  Set<int> D; // sites dont i attend l'autorisation
  on (EC = hors) : // hors → candidat
    EC ← candidat;
    D ← 0..N-1 \ {i};
    dr ← hloc.Top();
    for k ∈ D : send Request(i,dr) to Pk;
  on reception Request(p, d) :
    hloc.Recaler(d);
    if (EC ≠ hors ∧ dr < d) then Att ← Att ∪ {p};
    else send Perm(i) to Pp;
  on (EC = candidat) ∧ reception Perm(p) : // candidat → excl
    D ← D \ {p};
    if (D = ∅) then EC ← exclusion;
  on (EC = exclusion) : // exclusion → hors
    for k ∈ Att : send Perm(i) to Pk;
    Att ← ∅; EC ← hors;
```

## Permissions d'arbitres



### Principe

Obtenir la permission de tous les arbitres contactés.

Condition nécessaire :  $\exists$  arbitre commun :  $\forall i, j : D_i \cap D_j \neq \emptyset$

### Exemple

<i>i prend pour arbitre :</i>	1	2	3	4	5
1		•	•		
2			•	•	
3		•			•
4		•		•	
5		•	•		

Note : 1 et 5 ne sont pas arbitres

## Quorums

### Définition

Un système de quorum est un ensemble d'ensembles, tel que tout couple d'ensembles a une intersection non vide :

$$\mathcal{Q} = \{Q_1, \dots, Q_n\}, \forall i, j : Q_i \cap Q_j \neq \emptyset$$

Un quorum  $Q_i$  est responsable pour l'ensemble total.

Idéalement :

- Effort identique : Tous les quorums ont la même taille :  
 $\forall i : |Q_i| = K$
- Responsabilité identique : Tous les sites appartiennent au même nombre de quorums :  $\forall i : |\{j : i \in Q_j\}| = D$
- Minimalité :  $K = D =$  le plus petit possible (théorie :  $\lceil \sqrt{n} \rceil$ )

## Permissions d'arbitres

Construction facile d'un système de quorum quasi optimal :

- Construire une matrice arbitraire, éventuellement en dupliquant certains sites, p.e. pour 14 sites :

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	1	2

- Tout processus utilise les arbitres de sa colonne et de sa ligne  
 $D_6 = \{2, 5, 7, 8, 10, 14\}$
- Tout processus utilise au plus  $2\lceil\sqrt{n}\rceil - 1$  arbitres
- Tout arbitre appartient à au plus  $2\lceil\sqrt{n}\rceil - 1$  ensembles

---

1. A  $\sqrt{n}$  Algorithm for Mutual Exclusion in Decentralized Systems, Mamoru Maekawa. ACM Transactions on Computer Systems, May 1985.



## Permissions d'arbitres

ATTENTION : pas de miracle...

### Modèle parallèle processus $\leftrightarrow$ ressources critiques

- Un processus doit collecter des jetons  $\equiv$  ressources critiques
- Problème : **risque d'interblocage**
  - Solution préventive : ordonner les jetons et les demander en respectant cet ordre
  - Solution dynamique :
    - ordonner les requêtes (approche transactionnelle) et appliquer l'algorithme  $\ll$  *wound-wait*  $\gg$  ou  $\ll$  *wait-die*  $\gg$
    - nécessite un ordre total sur les requêtes :  
 $\Rightarrow$  usage d'horloges de Lamport
    - Risque de livelock

